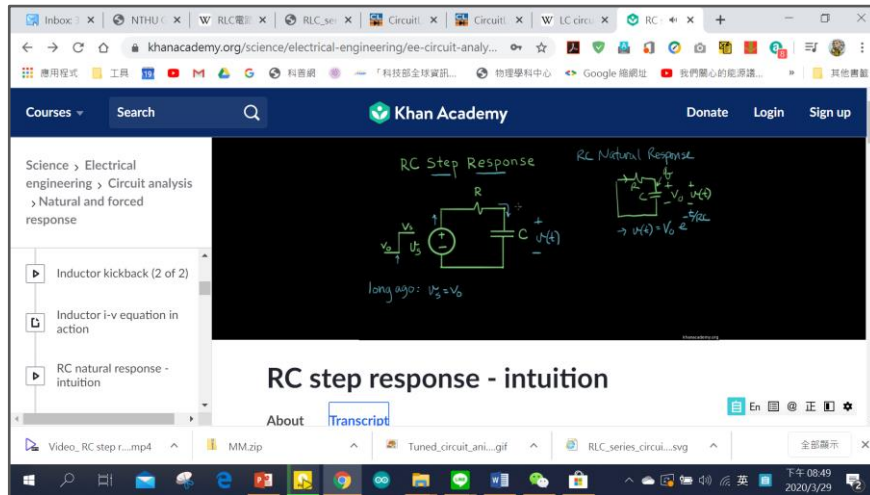


實驗 19 RC、RL 與 RCL 線路

一、目的

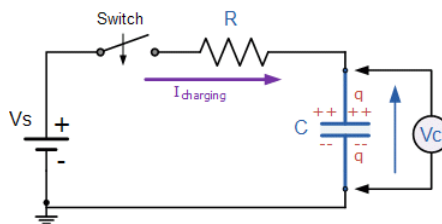
1. 實作探究 RC 和 RL 電路中電荷的充電與鬆弛(charge relaxation，即俗稱的放電)現象，及
2. RCL 電路的電荷振盪現象。
3. 探討三組電路結構的應用

二、原理：<https://www.khanacademy.org/science/electrical-engineering/ee-circuit-analysis-topic/ee-natural-and-forced-response/v/ee-lc-natural-response-intuition1>(含影片、公式推導)



<https://www.khanacademy.org/science/electrical-engineering/ee-circuit-analysis-topic/ee-natural-and-forced-response/v/ee-rc-step-response-intuition>

(一) RC 線路：探討此電路的充放電情形



https://www.electronics-tutorials.ws/rc/rc_1.html

將電阻器 R ，電容器 C 和定電壓電源 ε_0 連接成如圖 1 所示的線路。

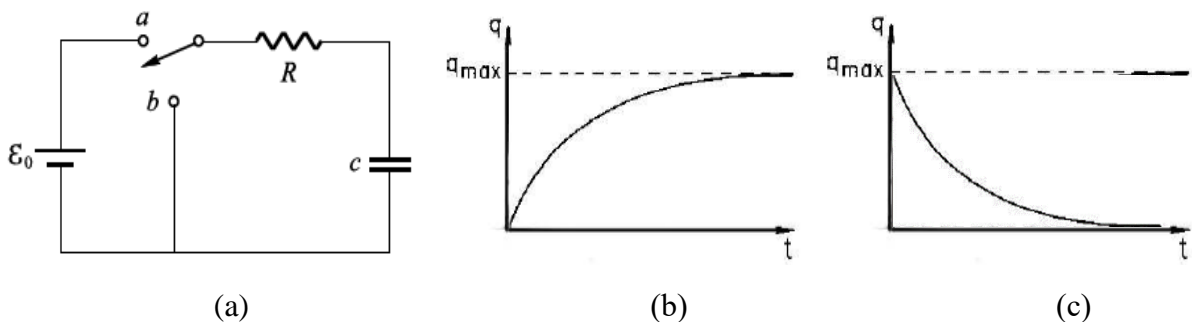


圖 1 (a) RC 線路圖，(b)開關切到 a 點時，RC 電路處於通電後的充電狀態時，電容器 C 之電極上的電荷量隨時間的變化關係，(c)開關切到 b 點時，RC 電路處於斷電後的放電

狀態時，電容器 C 之電極上的電荷量隨時間的放電鬆弛變化情形。

當切換開關 SW 接到 a 點，則根據克希荷夫電路環路定律(Kirchhoff circuit loop law)可得下列電路方程式(請參考普物課本相關章節或參考資料 1~4)：

$$\varepsilon_0 = iR + \frac{q}{C} \quad (1)$$

因 $i = dq/dt$ ，上式即成為電荷 q 對時間 t 變數的一階微分方程式： $R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = \varepsilon_0$ 。此方程式的電荷解

$$q(t) = C\varepsilon_0(1 - e^{-t/RC}), \quad (2)$$

此即該 RC 電路的電荷充電特性變化函數曲線。在迴路中流通的電流 vs 時間的變化則為此電荷函數的微分， $i = dq/dt = \frac{C\varepsilon_0}{RC}(e^{-t/RC})$ 。

將切換開關接上 a 點的瞬間設為時間的原點 $t = 0$ ，此時電容器上的電荷量雖為零，但迴路接通後，電容器兩極電極板上的正、負電荷量隨時間的變化關係如圖 2 所示，此即典型的電容器充電現象。當 $t = \infty$ ，即電路接通「足夠」長時間($t > 2RC$)後，電容器上的電量會趨近於飽和值 $q_{\max} = C\varepsilon_0$ 。

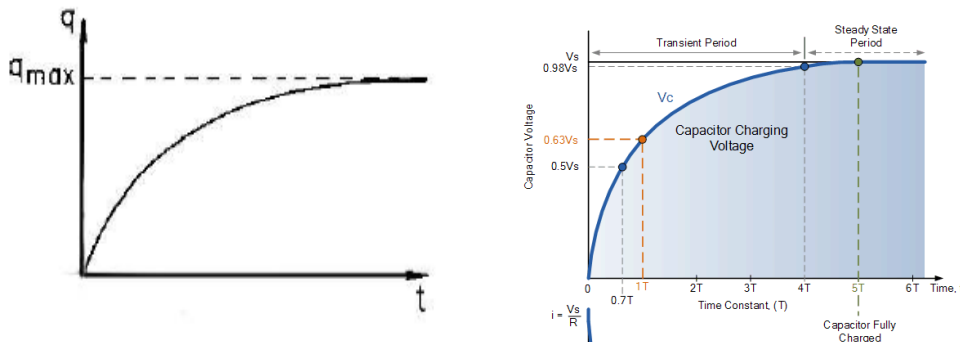


圖 2 電容器充電時，電荷隨時間的充電關係圖。

電容器上的電量充至 q_{\max} 後，若將電路斷電，即開關改接到 b 點，RC 電路失去電壓源的電能供應，此時電容器開始放電。根據克希荷夫電路環路定律，電荷隨時間變化的一階微分方程式應變更如下：

$$iR + \frac{q}{C} = 0 \quad \text{或} \quad \frac{dq}{dt} + \frac{q}{RC} = 0 \quad (3)$$

現今 $t = 0$ 時， $q(t=0) = q_{\max}$ ，則上式的電荷量解為：

$$q(t) = q_{\max}e^{-t/RC} \quad (4)$$

當時間 $t = RC$ 時，電量降為原來的 $1/e \approx 0.367879$ ，一般稱此 RC 乘積為此 RC 線路的放電鬆弛時間(relaxation time)或時間常數 (time constant) τ_0 。此時間常數也等於(2)式(圖 2)中 q 上升到 q_{\max} 的 $(1 - e^{-1}) \times 100\% = 63.2\%$ 所需的時間。如圖 3 所示， q 從 q_{\max} 降至一半量所需的時間稱為“半衰期(half-life)”，通常以 $T_{1/2}$ 表示。 $T_{1/2}$ 與時間常數 RC 的

關係式為：

$$T_{1/2} = RC \ln 2 \quad (5)$$

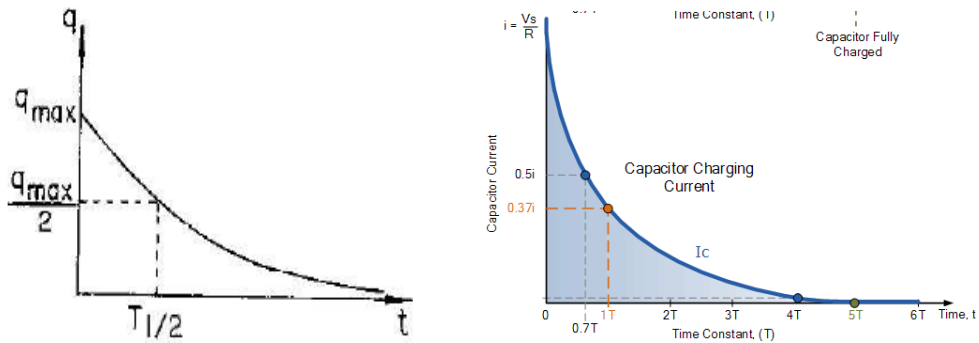


圖 3 RC 電路斷電後，電容器開始放電後，電荷量隨時間 $q(t)$ 的變化關係圖。

本實驗為能同時清楚地觀察到 RC 電路的充、放電現象，將不使用直流定電壓源，而改以訊號產生器所提供的方波信號，取代手動切換開關及定電壓源，電路圖如圖 4 所示。

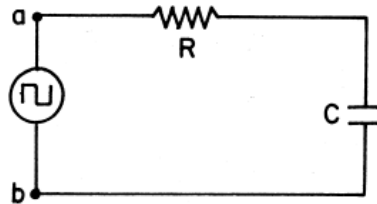


圖 4 RC 線路的充放電實驗中，採用訊號產生器提供方波信號取代直流電壓電源及開關裝置。

方波的前半週期(電壓不為零的時段)相當於切換開關切到 a 點，使電路接上一個固定的電動勢(即方波的電壓振幅)，此時如同前述電路處於充電的狀態；而後半週期則如同開關切到 b 點，RC 電路失去供電，轉變為放電的電荷鬆弛狀態。

當方波週期的一半 $T/2 > RC$ 時，電容器充放電情形會如圖 2 和圖 3 的圖形依序重複出現，如圖 5 所示；即可觀察到 q 充到趨近完全飽和的電荷量 $q_{\max} = C\varepsilon_0$ 。也可觀察到 q 接近完全放電的結果，即 $q \rightarrow 0$ 。

但當方波的半週期 $T/2 < RC$ 時，電容器上的電量尚未到達 q_{\max} 值就開始放電，而且尚未完全放完電便又開始充電，所得 $q(t)$ 的關係變化如圖 6 所示， q 無法充電到完全飽和的狀態，也無法完全放電到接近零電荷量的狀態。故若擬於實驗中同時清楚地觀察到 RC 電路完整的充、放電效應，則建議方波的週期值 $T > 5RC$ 為宜。

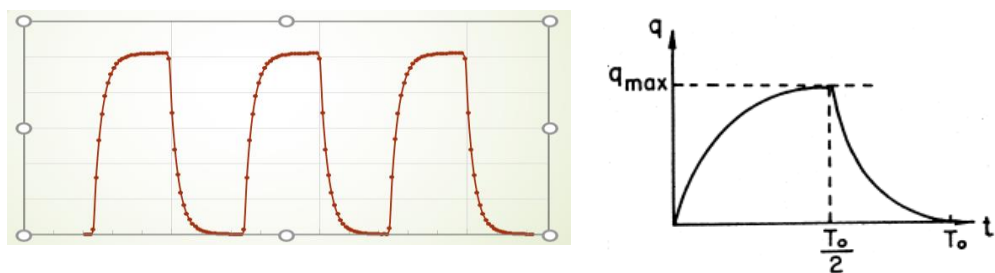


圖 5 如圖 4 以方波做為電源，提供 RC 線路進行充放電實驗。若方波週期的一半，

(a) $T/2 \gg RC$ 時, (b) $T/2 > RC$ 時, 電容器上的充電電荷量對時間的變化關係圖。

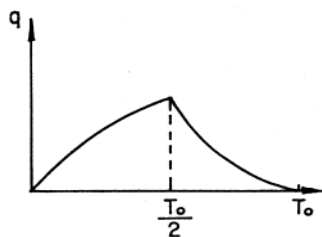


圖 6 如圖 4 以方波做為電源, 提供 RC 線路進行充放電實驗。若方波週期的一半, $T/2 < RC$ 時, 電容器上的電荷對時間的關係圖 $q(t)$; q 無法充電到完全飽和的狀態。

通常訊號產生器輸出的方波電壓設定在正負兩個電壓值之間變換, 意即若方波波形高度為 ε_0 , 則前半週期的電壓為 $+\varepsilon_0/2$, 後半週期的電壓為 $-\varepsilon_0/2$ 。此時請問 RC 電路在電容器上的電壓輸出信號將會如何變化? 讀者可以自行模仿前面的方法求出線路方程式的解, 所得到的半衰期 $T_{1/2}$ 與時間常數 τ_0 應和前面所得的一樣。事實上, 不論方波的電壓如何平移, 波形總是一樣, 但哪些物理量會改變?

(二) LC 振盪電路和電荷振盪: (https://en.wikipedia.org/wiki/LC_circuit)

https://www.khanacademy.org/search?referer=%2Fscience%2Felectrical-engineering%2Fec-circuit-analysis-topic%2Fec-natural-and-forced-response%2Fv%2Fec-rc-step-response-intuition&page_search_query=LC+circuit

如圖 7 所示電路, 電感器和充了電的電容器串聯時, 根據克希荷夫電路環路定律得:

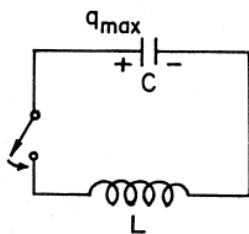


圖 7 LC 線路。

$$L \frac{di}{dt} + \frac{q}{C} = 0 \quad (6)$$

因 $i = dq/dt$, 故上式可改寫為 q 對時間的二階微分方程式:

$$L \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{q}{C} = 0 \quad (7)$$

該方程式的電荷量隨時間變化 $q(t)$ 的解如下:

$$q(t) = q_{max} \cos(\omega_0 t - \delta) \quad (8)$$

式中 $\omega_0^2 \equiv \frac{1}{LC}$ 稱為 LC 電路的特性振盪頻率; q_{max} 和 δ 則由電路的起始條件決定的常數。

請注意此 LC 電路的 $q(t)$ 是餘弦函數的週期性變化, 和 RC 電路的指數函數變化不同。

(三)低阻尼的 RCL 振盪電路：高度建議參閱普物課本內相關章節內的說明

如(8)式這種單頻率諧振函數的數學形式和力學中簡諧運動的解完全一樣。電荷在 RCL 線路中的電性振盪現象和力學中質點的振盪現象(請參閱上學期實驗 9：物體與彈簧系統的簡諧運動)是可以完全對應比照的，其對應的關係是：

$$q \leftrightarrow x, i \leftrightarrow v, 1/C \leftrightarrow k, L \leftrightarrow m, R \leftrightarrow \lambda \text{ 及 } \varepsilon \leftrightarrow F;$$

其中 x, v, m 依次分別為振動質點的位移、速度及質量， k 為彈簧彈性係數， λ 為阻尼係數， F 為質點所受的外力。

任何線路中都會有電阻，即使沒有特意加外電阻，線路上也會有其他內電阻存在，如導線，線圈的電阻，電源或訊號產生器等都有內電阻。如果以 R 代表線路上的總電阻值，如圖 8 所示，

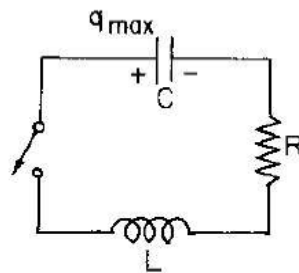


圖 8 RCL 線路。

則電路的電荷方程式(6)式，應改寫為：

$$L \frac{di}{dt} + iR + \frac{q}{C} = 0 \quad (9)$$

定義 $\beta \equiv \frac{R}{2L}$ ， $\omega_0^2 \equiv 1/LC$ ，則上式可整理為 q 對時間 t 的二階微分方程式：

$$\frac{d^2q}{dt^2} + 2\beta \frac{dq}{dt} + \omega_0^2 q = 0 \quad (10)$$

此微分方程式的一般解 $q(t)$ 形式可以分成(1)次阻尼振盪 $\beta^2 < \omega_0^2$ ，(2)臨界阻尼振盪 $\beta^2 = \omega_0^2$ ，和(3)過阻尼振盪 $\beta^2 > \omega_0^2$ 等三種情形。如下逐一討論：

(1) $\beta^2 < \omega_0^2$ ，次阻尼振盪(underdamping oscillation)情形：此時 $q(t)$ 的關係為

$$q(t) = [q_0 e^{-\beta t}] \cos(\omega_1 t - \delta) \quad (11)$$

式中 q_0 和 δ 值由電路的起始條件決定，其中 $\omega_1^2 = \omega_0^2 - \beta^2$ ， ω_1 稱為阻尼振盪頻率。嚴格地說， ω_1 不是頻率，因為第二次振盪的最高電荷量總是比第一次來得小些，所以 $q(t)$ 並不是做真正的週期性振盪運動。若選擇在 $\delta = 0$ 時，作為時間的原點 $t = 0$ ，則 q 與 t 的關係將如圖 9 所示。如果 β 值很小，則 $\omega_1 \approx \omega_0$ ，電荷的振盪可視為振幅逐漸衰減的簡諧運動，而其頻率比簡諧振盪的頻率 ω_0 稍微小一些。

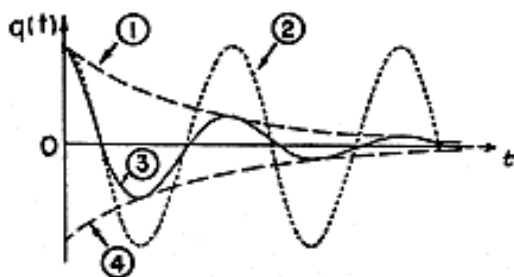


圖 9 RCL 電路作次阻尼振盪時，電容器上電荷量對時間的關係圖：

① $q_0 e^{-\beta t}$ ，② $\beta = 0$ ，③ $\beta = 0.2\omega_0$ ，④ $-q_0 e^{-\beta t}$ 。

在這種振盪中，振幅(= $q_0 e^{-\beta t}$)，隨時間增加而減小，所以電荷振盪的包跡(envelope)與時間的衰減關係為

$$q_{max}(t) = \pm q_0 e^{-\beta t}$$

當 $t = 1/\beta$ 或 $2L/R$ 時，振盪的包跡降為起始的 $1/e$ 倍，這段時間稱為該電路的时间常數 τ ；又當 $t = (\ln 2)/\beta$ ，即 $t = \tau \ln 2$ 時，包跡振幅降為原先的一半量所需的時間稱為半衰期 $T_{1/2}$ 。實驗可利用示波器測量出 $T_{1/2}$ ，然後推算出電路的 β 值。

- (2) $\beta^2 = \omega_0^2$ ，稱為臨界阻尼振盪(critical damping oscillation)。
- (3) $\beta^2 > \omega_0^2$ ，稱為過阻尼振盪(overdamping oscillation)。

在後兩種情況，電容器上的電荷不會再有振盪現象產生，而是漸漸地減少而趨近於零，如圖 10 所示。臨界阻尼時，振幅趨近於零所需的時間較短，因此，一般電學儀表大都設計成臨界阻尼狀況，以縮短反應所需的時間。

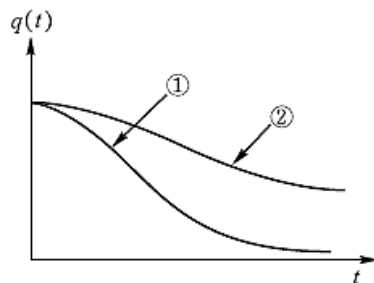


圖 10 RCL 電路的阻尼過大時，則電路上的電荷不再有振盪現象呈現：

①臨界阻尼 $\beta^2 = \omega_0^2$ ，與②過阻尼 $\beta^2 > \omega_0^2$ 情形下，電荷隨時間的變化關係。

(四)外加電阻的 RCL 串聯電路：高度建議參閱普物課本內相關章節內的說明

外加一個電阻器 R，與電容 C 和電感 L 連結成一個 RCL 串聯電路，如圖 11 所示。

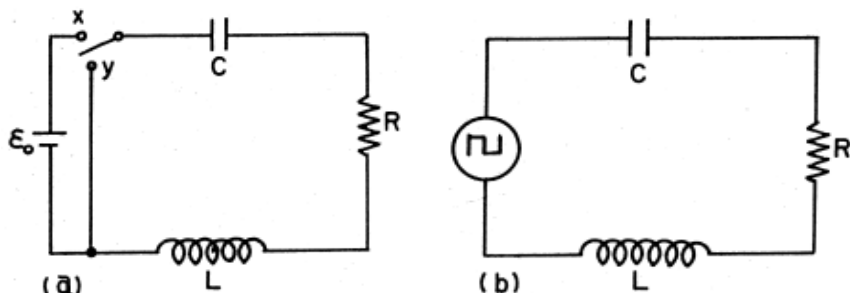


圖 11 RCL 電路振盪的實驗裝置圖。

當開關切到 x 點，以使外加電源能流入 RCL 串聯電路內，則環路電壓定律如下：

$$L \frac{di}{dt} + \frac{q}{C} + iR = \varepsilon_0 \quad (12)$$

使用前述已定義的 β 及 ω_0 ，並定義 $\alpha \equiv \varepsilon_0/L$ ，上式整理後，可得下列微分方程式：

$$\frac{d^2q}{dt^2} + 2\beta \frac{dq}{dt} + \omega_0^2 q = a \quad (13)$$

在 $\beta^2 < \omega_0^2$ 的次阻尼振盪條件下，可以解出電荷量與時間的變化關係為：

$$q(t) = \frac{a}{\omega_0^2} [1 - Ae^{-\beta t} \cos(\omega_1 t - \delta)] \quad (14)$$

式中的 A 及 δ 值由電路的起始條件所決定。選擇當 $\delta=0$ 時，作為時間的原點 $t=0$ ，並由 $q(0)=0$ 的起始條件，得 $A=1$ ；在此種情形下，電荷量與時間的關係如圖 12 所示。

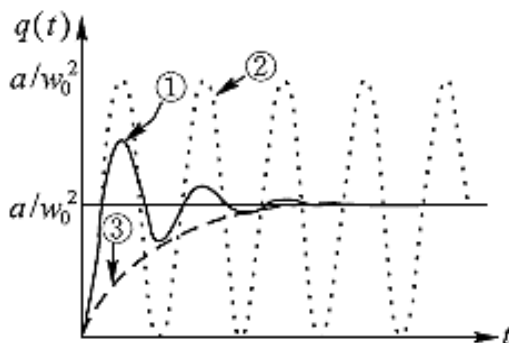


圖 12 RCL 串聯電路振盪時，電荷對時間的關係圖與阻尼值 β 大小有關：

$$\textcircled{1} \beta = 0.2\omega_0, \quad \textcircled{2} \beta = 0, \quad \textcircled{3} \beta = \omega_0, \quad q(t) = \frac{a}{\omega_0^2} (1 - e^{-\beta t}).$$

圖 11(a)的電路是先將定電壓源串聯到 RLC 電路上，以使電容器的電荷量先充到飽和狀態，即 $q = q_{\max}$ 後，再將開關切到 y 點的電荷放電振盪過程。此處也可以如圖 11 (b) 所示，利用信號產生器的方波來取代定電壓源的輸入和開關的啟動和斷電功能。此時，方波的前半週期相當於電容器充電，後半週期相當於電容器放電的情形；如此即可很方便地以示波器觀察在不同 R, L, C 值的組合條件下， RCL 串聯電路的電性振盪變化情形。

(五) RCL 串聯電路的正弦波強迫振盪：

如圖 13 所示，由信號產生器將特定頻率的正弦波輸入與 RCL 串聯電路內，

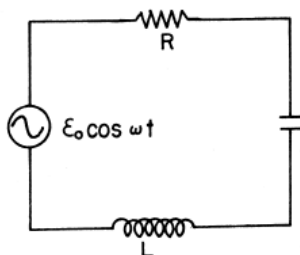


圖 13 外加正弦波驅動的 RCL 串聯電路圖。

根據環路定理得：
$$L \frac{di}{dt} + iR + \frac{q}{C} = \varepsilon_0 \cos \omega t$$

將前述已定義的 β ， ω_0 及 α 代入上式方程式中，整理後可得電荷 $q(t)$ 的二階微分方程式

$$\frac{d^2q}{dt^2} + 2\beta \frac{dq}{dt} + \omega_0^2 q = a \cos \omega t \quad (15)$$

在外加正弦信號輸入 RLC 電路一段足夠長的時間後，將驅使電荷量呈現穩定變化的狀況，(15)式可得穩定解為：

$$q(t) = q_A \cos(\omega t - \delta) \quad (16)$$

式中

$$\delta = \tan^{-1} \frac{2\omega\beta}{\omega_0^2 - \omega^2}$$

$$q_A = \frac{a}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^3 \omega^2}} \quad (17)$$

$q(t)$ 也是一個簡諧振盪型的函數，其振盪頻率和外加驅動之正弦波的頻率相同。由(17)式可知，電荷的振幅跟驅動電壓源的頻率 ω 有關；電荷與電壓之間的相位差 δ 也跟驅動電壓源頻率有關(圖 14)。

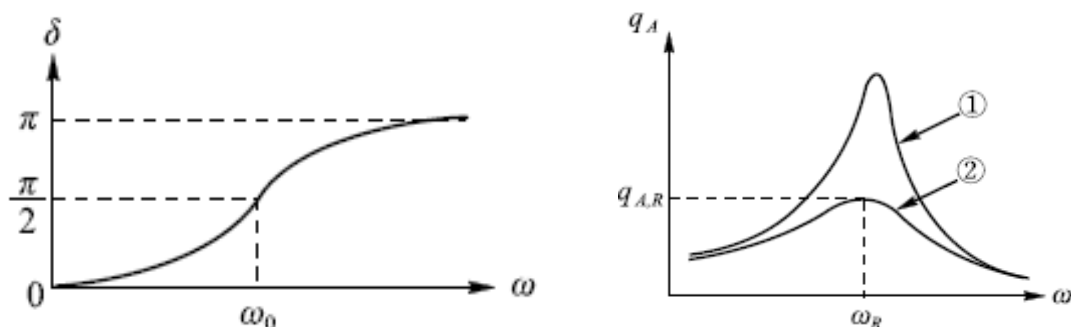


圖 14 強迫振盪的相角與振幅與驅動電壓源之頻率間的關係圖：(a)相位隨強迫振盪頻率的變化關係；(b)與振幅的變化關係：當①阻尼係數 β 小時，和②阻尼係數 β 大時的情況。

當 ω 從零逐漸增加時，相位差 δ 會由零開始增加。當達到 $\omega = \omega_0$ 電路的自然振盪頻率時， $\delta = \pi/2$ ；如果 ω 繼續增加到無窮大時， δ 會增加到 π 。在 ω 接近電路的自然振盪頻率 ω_0 時，振幅 q_A 達到最大值，故此頻率被稱為此電路的共振頻率 ω_R 。

共振頻率可由 $(dq_A/d\omega)|_{\omega=\omega_R} = 0$ 求得，即 $\omega_R = (\omega_0^2 - 2\beta^2)^{1/2}$ 。若 $\beta^2 \ll \omega_0^2$ ，則 $\omega_R \approx \omega_0$ 。由(17)式，可得在共振頻率 ω_R 時的 q_A 振幅為：

$$q_{A,R} = \frac{a}{2\omega_0\beta} \quad (18)$$

由(18)式可知， β 愈小， q_A 振幅的極大值愈大； β 趨近零時， $q_{A,R}$ 越接近於無限大。

通常使用稱為“ Q 值(Q value)”或“品質因數(quality factor)”的參數來描述振盪電路受阻尼的程度， Q 品質因數的定義為：

$$Q \equiv \frac{\omega_R}{2\beta} \quad (19a)$$

當 $\beta^2 \approx \omega_0^2$ 時， Q 值很小；而 $\beta^2 \ll \omega_0^2$ 時， $\omega_R^2 \approx \omega_0^2$ ， Q 值變大。

振盪線路對頻率選擇的靈敏度常以頻寬(band-width)表示。假設 ω_+ 及 ω_- 分別為振幅 q_A 由 $q_{A,R}$ 向兩側降至 $q_{A,R}/\sqrt{2}$ 時的頻率，而 $\omega_- < \omega_R < \omega_+$ ，則 ω_+ 與 ω_- 之差 $\Delta\omega$ 就稱為此 RCL 電路的頻寬，如圖 15 所示。由(17)及(18)式可得：

$$\sqrt{2} \cdot 2\omega_0\beta = \sqrt{(\omega_0^2 - \omega_{\pm}^2)^2 + 4\omega_{\pm}^2\beta^2}$$

故
$$8\omega_0^2\beta^2 = (\omega_0^2 - \omega_{\pm}^2)^2 + 4\omega_{\pm}^2\beta^2 \quad (20)$$

若 $\beta^2 \ll \omega_0^2$ ，則 $\omega_{\pm} = \omega_0$ ，由(20) 式得 $(\omega_0^2 - \omega_{\pm}^2)^2 = 4\omega_0^2\beta^2$

解之，得 $\omega_{\pm} = \omega_0 \left(1 \pm \frac{2\beta}{\omega_0}\right)^{1/2} \approx \omega_0 \left(1 \pm \frac{\beta}{\omega_0}\right) \rightarrow \Delta\omega = \omega_+ - \omega_- \approx 2\beta$

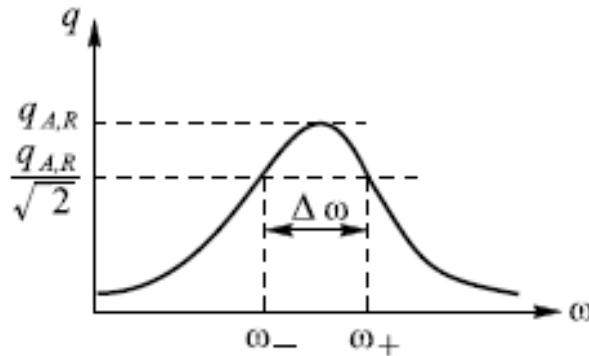


圖 15 正弦波驅動的 RCL 串聯線路中，電荷振盪的最大振幅與正弦波頻率間的關係圖。

因此，式 19a 的 Q 值與頻寬的關係式為

$$Q \approx \frac{\omega_R}{\Delta\omega} \quad (19b)$$

Q 值大時，振盪線路對正弦波(強迫振盪源)頻率的選擇很靈敏，也就是線路的共振頻率範圍 $\Delta\omega$ 很窄。在廣播電台頻道數多時，若各電台所使用的載波頻率相當靠近的地區，收音機就必須採用 Q 值較高的諧振電路。否則當收聽某台廣播時，恐會同時收到頻率相近之電台的訊號；當同時接收到兩種(或更多)訊號時，會因聲音互相干擾而無法清楚聆聽到電台所播放的信息。

電容器上所獲得的電荷量與電容器兩端的電位差之間的關係為 $q_C = CV_C$ 。在頻率不高時，電容值 C 通常是常數，故本實驗中有關電荷量的變化，均可利用示波器觀察電容器兩端電壓的變化，以推知電容器上的電荷量 $q_C(t)$ 。進而可得下列各電性物理量

$$i(t) = dq(t)/dt, \quad V_R(t) = i(t)R, \quad V_L(t) = Ldi(t)/dt.$$

三、實驗器材：

數位信號產生器，雙頻道數位示波器， $R = 10 \text{ k}\Omega$ 的電阻器各一個， $0-25 \text{ k}\Omega$ 可變電阻

器， $C = 0.1\mu\text{F}$ ，電容器，電感器，數位三用電表，自備方格紙，數位相機。

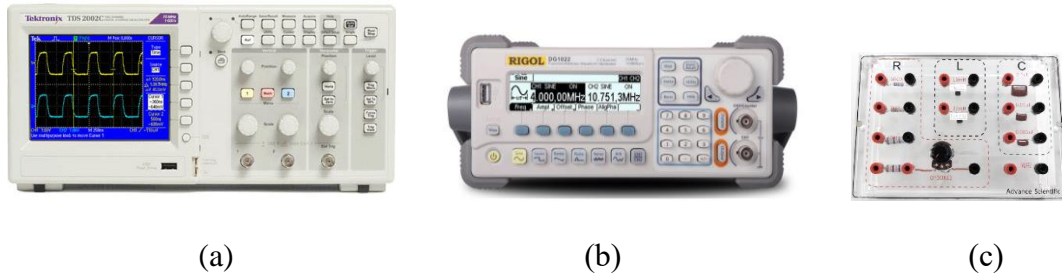


圖 16 (a)數位信號產生器，(b)雙頻道數位示波器，(c)RLC 元件插接盒

四、實驗前注意事項：

- (1) 本實驗電路中的 R 值計算除外加電阻外，還必須考慮信號產生器的輸出阻抗值($50\ \Omega$)及電感內電阻的影響。
- (2) 各儀器的內電阻需由儀器使用手冊內所載的規格表提供，無法以三用電表直接測量得，若直接用三用表測量，恐有燒毀儀器或電表的可能性，且量得的數值並不準確。
- (3) 電阻元件可以數位三用電表測量其實際的電阻值，但測量時必須先將電源關掉，等電路中沒有電流通時，再將電阻元件從線路中拆下，才可以測量該零件的電阻值。
- (4) 電容器的電容值和電感器的電感值需使用價格不變的 RLC 電表測量，普物實驗室只有四台。

五、實驗步驟

(一) 用示波器觀察電容器的充電及放電現象：

1. 將 $R = 10\ \text{k}\Omega$ 的電阻器， $C = 0.1\mu\text{F}$ 的電容器，數位信號產生器及數位示波器如圖 16 所示連接。
2. 先計算此 RC 電路的實際 RC 值，並推導 RC 物理量的單位為何？

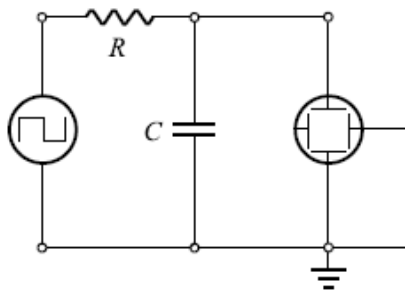


圖 17 利用示波器觀察 RC 電路的充放電現象的實驗裝置圖。

3. 由信號產生器輸出振幅小於 5V 的方波信號，觀察方波的週期 T 分別在(1) $T \approx 100RC$ ，(2) $T \approx 10RC$ 及(3) $T \approx RC$ 三種情況下，示波器上所顯示的圖形。請自行選取符合這三種情況的方波頻率。
4. 在上述三個不同週期方波的情況下，請正確地畫出方波電壓及電容器兩端電壓的充、放電曲線圖，並仔細測量 $T_{1/2}$ 的大小。
5. 根據(5)式 $\tau_0 = T_{1/2}/\ln 2$ ，計算值 τ_0 ，並與 RC 乘積作比較。

- 將 R 與 C 的位置對調，測量電阻器 R 兩端的電位差變化，並畫出其電壓隨時間的變化圖形；測量 $T_{1/2}$ 。所得的實驗結果與實驗步驟 4. 所得的結果作比較，請問有何不同之處。
- 分別改變不同的電容或電阻值大小，重複上述實驗，觀察並探討不同的 R 與 C 值對 $T_{1/2}$ 的影響。

(二) 用示波器觀察阻尼振盪：

- 將 $0\sim 25\text{ k}\Omega$ 可變電阻器， $0.001\text{ }\mu\text{F}$ 電容器， $10\sim 25\text{ mH}$ 電感器，數位信號產生器(提供方波信號)與數位示波器接成如圖 17 所示的電路。

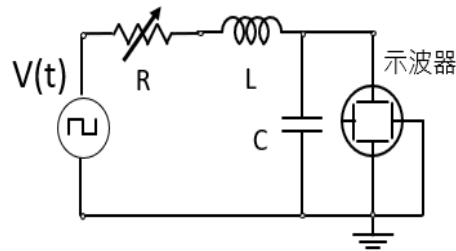


圖 18 利用示波器觀察 RCL 線路的振盪現象之實驗裝置圖。

- 首先將可變電阻器的電阻調為最小值，先計算此 RLC 串聯電路的 $2L/R$ 值和 $1/\sqrt{LC}$ ，並推導 $2L/R$ 和 $1/\sqrt{LC}$ 兩物理量的單位分別為何？
- 變化方波的週期 T ，畫出(1) $T \approx 100 \cdot (2L/R)$ ，(2) $T \approx 10 \cdot (2L/R)$ ，及(3) $T \approx 2L/R$ 三種條件下的，跨過電容器之電位差的阻尼振盪曲線圖。
- 可變電阻器的電阻值仍調為最小值，適當地選擇兩個不同週期 T 的方波：
 - 測量振盪電壓曲線的振幅包跡降到起始值之 $1/2$ 時的 $T_{1/2}$ 時間，計算時間常數，並與上述計算所得的 $2L/R$ 值作比較。
 - 測量振盪頻率 $\omega_1 (= 2\pi\nu_1 = 2\pi/T_1)$ ，由 $\omega_1^2 = \omega_0^2 - (R^2/4L^2)$ 求出 ω_0 ，並將之與 $1/\sqrt{LC}$ 作比較。
- 改變可變電阻器的電阻值，但使電路仍處於次阻尼振盪的情況，重覆步驟 2-4 的實驗。
- 改變可變電阻大小，觀察振盪波形，找出臨界阻尼振盪，測量此時線路之總電阻 R_C ，並且與由 $\omega_0 = R_C/2L$ 所預測的 R_C 值作比較。

(三) 以示波器觀察共振現象，並測量線路的諧振頻寬和 Q 值：

- 如圖 18 所示，將圖 17 中的信號產生器所輸出的訊號改為正弦波($V_{pp}=2V$)，並將可變電阻器的電阻調至最小。

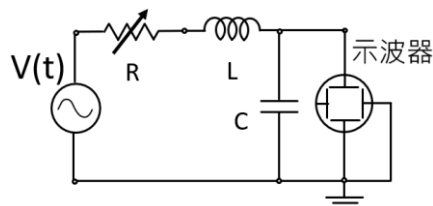


圖 19 觀察正弦波驅動 RCL 線路的振盪現象之實驗裝置圖。

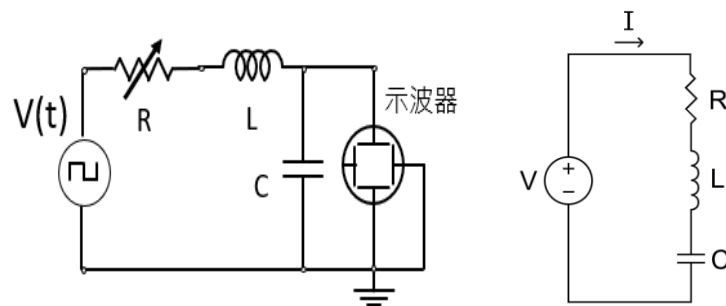
- 改變正弦波的週期，由最小值慢慢增大。當示波器上顯示出振幅為最大時，記下正弦波的頻率 f_R 。

注意：信號產生器顯示的頻率 f 單位是 Hz，不是 ω 的單位， $\omega = 2\pi f$

3. 重複實驗，並用方格紙畫出在 $\omega_R = 2\pi f_R$ 附近(至少 $0.5\omega_R \sim 2\omega_R$) 的振幅大小與 ω 的關係圖，此圖應與圖 15 相似。
4. 由圖上求得頻寬 $\Delta\omega$ ，並與預測值 2β 作比較。
5. 將實驗所得的 ω_R 及 $\Delta\omega$ 值代入(19b)式中，求出此線路的 Q 值。
6. 改變可變電阻器的電阻大小，在 $\beta^2 < \omega_0^2$ 的範圍內，重複步驟 1~5，求出振幅與正弦波頻率的關係，並且比較振幅包跡之圖形的異同處。

五、問題

1. 請證明 RC 乘積的單位為“時間”的單位。
2. 在 RC 實驗步驟(一)中，若 $T \leq RC$ ，請問該如何測量 $T_{1/2}$ ？
3. 請證明在沒有 C ，只有 R 及 L 的 RL 電路上，電荷的鬆弛時間為 L/R ，且 L/R 的單位也是時間。
4. 在圖 7 無電阻的 LC 線路中，請證明當電容器上的電量為極大值時，線路上的電流為零。
5. 若將圖 17 電路中的 C 拆除，請問示波器上會顯示何種圖形？請詳細解釋原因(提示：需參考示波器的輸入電路結構)。



6. 請利用(17)式，由 $\frac{dq_A}{d\omega} \Big|_{\omega=\omega_R} = 0$ 證明 $\omega_R = (\omega_0^2 - 2\beta^2)^{1/2}$ 。

六、參考資料

1. <http://www.phys.nthu.edu.tw/~gplab/file/21%20RC%20and%20RLC%20Circuits/The%20RC%20and%20RLC%20Circuits.pdf>
2. <http://www.phys.nthu.edu.tw/~gplab/exp019.html>
3. <https://zh.wikipedia.org/wiki/RLC%E7%94%B5%E8%B7%AF>
4. <https://ngsir.netfirms.com/chinesehtm/RLC.htm>
5. [David Halliday, Robert Resnick, Jearl Walker : Fundamentals of Physics, 11th ed., ext. version \(John Wiley & Sons Inc., New York, 2018\), ISBN: 978-1-119-30685-6. https://www.wiley.com/en-us/Fundamentals+of+Physics%3A+Extended%2C+11th+Edition-p-9781119306856](https://www.wiley.com/en-us/Fundamentals+of+Physics%3A+Extended%2C+11th+Edition-p-9781119306856)